

不确定奇异系统的模糊保成本控制

史德嘉¹, 王 莉^{1,2}, 刘志强²

(1 湖南商学院 计算机与电子工程学院, 湖南 长沙 410205; 2 中南大学 信息学院, 湖南 长沙 410205)

摘 要: 基于 T-S 模糊模型, 研究一类具有状态和输入滞后的不确定奇异系统的模糊保成本控制问题. 基于线性矩阵不等式(LMI)的可解性, 给出了状态反馈保成本控制器存在的充分条件, 该条件保证闭环系统是二次型稳定的, 还能获得闭环成本值的上界, 所有结果均以线性矩阵不等式的形式给出. 数值仿真结果表明该方法是有用的.

关键词: T-S 模糊模型; 保成本控制; LMI; 不确定奇异系统

中图分类号: TP13

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)06-0113-05

Fuzzy Guaranteed Cost Control Base on Uncertain Singular System

SHI De-jia¹, WANG Li^{1,2}, LIU Zhi-qiang²

(1 School of Computer and Electronic Engineering, Hunan University of Commerce, Changsha 410205, China;

2 School of Information Engineering, Central South University, Changsha 410205, China)

Abstract: Based on T-S fuzzy model, the robust guaranteed cost control problem is studied for a class of uncertain singular system with state and input delays. Sufficient conditions are provided for the construction of a state feedback guaranteed cost controller. These conditions are given in terms of the feasibility of linear matrix inequalities (LMI) and guarantee that the closed-loop systems are quadratically stable. Moreover, an upper bound of the guaranteed cost is also obtained. A numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: T-S fuzzy mode; guaranteed cost control; LMI; uncertain singular system

1 引言

近几年来,非线性系统的模糊控制迅速成为一个研究热点,这一方面出现了很多应用成果,大多是用 Takagi-Sugeno(T-S)类型模糊来表示非线性系统.在此基础上,Taniguchi T 等^[1]建立了 T-S 模糊广义模型,能够对非线性系统进行逼近和描述.

时滞和参数不确定是经常遇到的问题,往往表现为控制系统的性能差和不稳定,鉴于这种情况,时滞和参数不确定系统鲁棒性问题的研究具有极大的实际意义.近几年来,一些研究人员关注运用 T-S 模糊模型解决带有时滞和参数不确定非线性系统的控制,Gao 和 Frank 首先运用 T-S 模糊控制分析带有时滞的非线性系统^[2-3],利用 LMI 和 T-S 模

糊模型进行稳定性分析.

对于不确定系统的控制,设计的控制器不仅要求稳定,而且要求有足够好的性能.解决这个问题的方法就是保成本控制的方法,用二次 Lyapunov 函数来建立二次型成本函数闭环成本值的上界.最近,有很多关于非线性系统的保成本控制的成果^[4-8],E. Boukas 在这些成果的基础上,提出了模糊保成本控制的新方法^[9],Bing Chen 等研究了带有状态和输入时滞的 T-S 模糊保成本控制,得出了稳定和渐近稳定的条件,但它们是只有状态时滞和只有输入时滞的系统^[10].关于带有状态和输入时滞的不确定奇异非线性系统的模糊保成本控制的研究成果还很少.

文中针对一类同时带有状态和输入时滞的不确

收稿日期: 2010-09-08; 修回日期: 2010-10-23

基金项目: 科技部技术创新基金项目(09C26214301947);湖南省科技计划重点项目(2009GK2002)

定奇异系统,基于 T-S 模糊模型,设计保成本控制器,得出了这类系统模糊保成本控制规律存在的充分条件.利用一种新的 Lyapunov 泛函数和线性矩阵不等式方法来分析设计的保成本控制器的稳定性,仿真结果证明该方法是有用的.

2 问题描述

考虑下列由 T-S 模型描述的带有状态时滞和输入时滞的不确定奇异系统,模型规则:

控制器第 I 条规则:

if $\zeta_1(t)$ is M_{i1} and $\zeta_2(t)$ is M_{i2} and $\zeta_p(t)$ is M_{ip} , then

$$\dot{E}x(t) = (A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (A_{li} + \Delta A_{li}(t))x(t - \tau_1) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + (B_{li} + \Delta B_{li}(t))u(t - \tau_2)$$

$$X(t) = \phi(t), t \in [-\max(\tau_1, \tau_2), 0]$$

$$i = 1, 2, \dots, k$$

其中, $\zeta(t) = [\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_p(t)]$ 是规则前件变量, M_{ij} 是模糊语言值, $x(t) \in R^n$ 是系统的状态向量, $u(t) \in R^m$ 是系统的控制输入向量, $E, A_i, A_{li}, B_i, B_{li}$ 是具有适当维数的常数矩阵, 且 $\text{rank } E = r < n$, 标量 $\tau_1 > 0$ 和 $\tau_2 > 0$ 是常数状态和输入延时, $\Delta A_i, \Delta A_{li}, \Delta B_i, \Delta B_{li}$ 分别是时变矩阵, 代表参数时变不确定性, 并设为以下形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta A_i & \Delta A_{li} & \Delta B_i & \Delta B_{li} \end{bmatrix} = DF(t) \begin{bmatrix} G_i & G_{li} & E_i & E_{li} \end{bmatrix}$$

其中, $D, G_i, G_{li}, E_i, E_{li}$ 是具有适当维数的常数矩阵, 不确定时变矩阵满足 $F(t)^T F(t) \leq I$, $\phi(t) \in C[-\tau, 0]$ 是系统的状态初始向量值.

通过使用单点模糊产生器、模糊化推理机和中心加权反模糊化, 全局模糊系统可写成如下形式:

$$\dot{E}x(t) = \sum_{i=1}^k h_i(\xi(t)) [(A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (A_{li} + \Delta A_{li}(t))x(t - \tau_1) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + (B_{li} + \Delta B_{li}(t))u(t - \tau_2)] \quad (1)$$

$$X(t) = \phi(t), t \in [-\tau_1, 0], i = 1, 2, \dots, k$$

其中, $h_i(\zeta(t)) = \beta_i(\zeta(t)) / \sum_{i=1}^k \beta_i(\zeta(t)) \geq 0, \beta_i(\zeta(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\xi_j(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^k h_i(\zeta(t)) = 1, M_{ij}(\xi_j(t))$ 表示前件变量 $\xi_j(t)$ 对应于模糊值 M_{ij} 的隶属度.

为了考虑这类系统的稳定性, 假设状态反馈模糊控制是用下列规则描述:

控制器规则 i:

if $\xi_1(t)$ is M_{i1} and $\xi_2(t)$ is M_{i2} and $\xi_p(t)$ is M_{ip} , then $u(t) = K_i x(t)$

反馈模糊控制器的全局状态表示为:

$$u(t) = \sum_{j=1}^k h_j(\xi(t)) K_j x(t) \quad (2)$$

其中, K_j 为各条规则的控制收益. 为简单起见, 引入下列符号:

$$\bar{A}_i = A_i + \Delta A_i(t), \bar{A}_{li} = A_{li} + \Delta A_{li}(t)$$

$$\bar{B}_i = B_i + \Delta B_i(t), \bar{B}_{li} = B_{li} + \Delta B_{li}(t)$$

将控制器(2)代入系统(1)得到闭环系统:

$$\dot{E}x(t) = \sum_{i=1}^k h_i(t) \sum_{j=1}^k h_j(t) [(\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j)x(t) + \bar{A}_{li}x(t - \tau_1)] + \sum_{i=1}^k h_i(t) \sum_{j=1}^k h_j(t - \tau_2) \bar{B}_{li} K_j x(t - \tau_2) \quad (3)$$

系统(1)的成本函数为

$$J = \int_0^\infty [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (4)$$

其中, Q 和 R 是正定对称矩阵.

文中主要讨论设计状态反馈控制器的充分条件, 该条件保证对所有允许的不确定性, 闭环系统是鲁棒稳定的, 同时, 能保证成本不超过某个界, 所得结论均以线性矩阵不等式的形式存在.

定理 1 对模糊奇异系统(1), 当 $u(t) = 0$ 正则, 如果存在 $s \in C$, 则 $\det[sE - \sum_{i=1}^k h_i(\xi(t))(A_i + \Delta A_i)] \neq 0, \forall t \geq 0$.

定理 2 对模糊奇异系统(1), 当 $u(t) = 0$ 无脉冲模, 那么 $\deg \det[sE - \sum_{i=1}^k h_i \xi(t)(A_i + \Delta A_i)] = \text{rank } E$.

定理 3 正定和无脉冲模的模糊奇异系统是二次型稳定, 如果 $\dot{V}(t) < 0$, 则 $V(x(t)) = x^T(t) E^T P x(t)$, 其中非奇异矩阵 P 满足 $E^T P = P^T E$.

引理 1^[9] 给出具有适当维数的矩阵 A, D, E 和 $R > 0$, 让 $F(t)$ 具有适当维数并满足 $F^T(t) F(t) \leq I$, 则有下列不等式成立:

$$\textcircled{1} \text{ 对任意标量 } \epsilon > 0, DF(t)E + E^T F^T(t) D^T \leq \epsilon DD^T + \epsilon^{-1} E^T E$$

$$\textcircled{2} \text{ 如果某些标量 } \epsilon > 0, \epsilon I - ERE^T > 0, \text{ 则有: } (A + DF(t)E)R(A + DF(t)E)^T \leq AR(R - \epsilon^{-1} RE^T ER)^{-1} RA^T + \epsilon DD^T$$

引理 2^[10] 对任何常数矩阵 $M > 0$ 和标量 $\sigma > 0$, 向量函数 $x(t) : [0, \sigma] \rightarrow R^n$, 则有下列不等式

成立:

$$\left[\int_{t-\sigma}^t x(s)ds\right]^T M \left[\int_{t-\sigma}^t x(s)ds\right] \leq \sigma \int_{t-\sigma}^t x^T(s) M x(s) ds$$

3 主要结果

在本节中,得出系统(1)保成本控制器的存在条件,它不仅保证闭环系统对所有可容许的不确定因数是渐近稳定,而且还提供了一个成本函数的上限值.

定理1考虑奇异系统(1)和成本函数(4),那么,如果存在矩阵 $S > 0$, $L > 0$ 和非奇异矩阵 P , 相应的闭环系统(3)是渐近稳定的,使得下面的矩阵不等式成立:

$$E^T P = P^T E \geq 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \Theta(i, j) & P^T \bar{A}_{1i} \\ \bar{A}_{1i}^T P & -S \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta(i, j) = & P^T (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) + (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j)^T P + \\ & P^T \bar{B}_{1i} L^{-1} \bar{B}_{1i}^T P + S + K_i^T L K_i + Q \\ & + \left(\frac{K_i + K_j}{2} \right)^T R \left(\frac{K_i + K_j}{2} \right) \end{aligned}$$

控制器(2)是系统(3)保成本控制器,根据成本函数(4)保成本的上限值:

$$\begin{aligned} J^* = & \phi^T(0) E^T P \phi(0) + \int_{-\tau_1}^0 \phi^T(\alpha) S \phi(\alpha) d\alpha + \\ & \sum_{i=1}^k \int_{-\tau_2}^0 h_i(\alpha) \phi^T(\alpha) K_i^T L K_i \phi(\alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

证明:取 Lyapunov 函数

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = x^T(t) E^T P x(t)$$

$$V_2 = \int_{t-\tau_1}^0 x^T(\alpha) S x(\alpha) d\alpha \quad (8)$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^k \int_{t-\tau_2}^0 h_j(\alpha) x^T(\alpha) T_i x(\alpha) d\alpha$$

从(3)和(5)不难看出: V_1 沿闭环系统(3)的任意运动轨迹的时间导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & 2x^T(t) P^T E \dot{x}(t) = \\ & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) 2x(t)^T P^T [(\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) + \bar{A}_{1i} x(t - \\ & \tau_1)] + \sum_{i=1}^k h_i(t) \sum_{j=1}^k h_j(t - \tau_2) 2x^T(t) P^T \bar{B}_{1i} K_j x(t - \\ & \tau_2) \end{aligned} \quad (9)$$

因为 $L > 0$, 所以得到下列不等式

$$\begin{aligned} 2x^T(t) P^T \bar{B}_{1i} K_j x(t - \tau_2) \leq & x^T(t) P^T \bar{B}_{1i} L^{-1} \\ & \bar{B}_{1i}^T P x(t) + x^T(t - \tau_2) K_j^T L K_j x(t - \tau_2) \end{aligned} \quad (10)$$

将(10)代入(9)得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) x^T [P^T (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) + (\bar{A}_i + \\ & \bar{B}_i K_j)^T P + P^T \bar{B}_{1i} L^{-1} \bar{B}_{1i}^T P] x(t) + \\ & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) 2x^T P^T \bar{A}_{1i} x(t - \tau_1) \sum_{i=1}^k h_i(t - \\ & \tau_2) x^T(t - \tau_2) (K_i^T L K_i - T_i) x(t - \tau_2) \end{aligned}$$

式(8)中 V_2 和 V_3 的导数分别为

$$\dot{V}_2 = x^T(t) S x(t) - x^T(t - \tau_1) S x(t - \tau_1)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \sum_{i=1}^k h_i(t) x^T(t) T_i x(t) - \sum_{i=1}^k h_i(t - \tau_2) x^T(t - \\ & \tau_2) T_i x(t - \tau_2) \end{aligned}$$

所以有:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \begin{bmatrix} x^T(t) \\ x^T(t - \tau_1) \end{bmatrix} \cdot \\ & \begin{bmatrix} \left[P^T (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) + (\bar{A}_i + \bar{B}_i K_j) P + \right. & P^T \bar{A}_{1i}^T \\ \left. P^T \bar{B}_{1i} L^{-1} \bar{B}_{1i}^T P + S + T_i \right] & \bar{A}_{1i}^T P \\ & -S \end{bmatrix} \cdot \\ & \begin{bmatrix} x(t) x(t - \tau_1) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k h_i(t - \tau_2) x^T(t - \tau_2) (K_i^T L K_i - \\ & T_i) x(t - \tau_2) \end{aligned} \quad (11)$$

另一方面,式(2)中的 $u(t)$ 还能写成

$$\begin{aligned} u^T(t) = & \sum_{j=1}^k h_j(t) K_j x(t) \\ = & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \frac{K_i + K_j}{2} x(t) \end{aligned}$$

从而:

$$\begin{aligned} u^T(t) R u(t) = & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \left(\frac{K_i + K_j}{2} x(t) \right)^T \cdot \\ & R \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \left(\frac{K_i + K_j}{2} x(t) \right) \leq \\ & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \left(\frac{K_i + K_j}{2} x(t) \right)^T \cdot \\ & R \left(\frac{K_i + K_j}{2} x(t) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

所以

$$\begin{aligned} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) \leq & \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \\ & \begin{bmatrix} x^T(t) \\ x^T(t - \tau_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q + \left(\frac{K_i + K_j}{2} \right)^T R \frac{K_i + K_j}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} x(t) & x(t - \tau_1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

选择 $T_i = K_i^T L K_i$, 因此从(6)、(11)、(12)得出

$$\dot{V} \leq$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k h_i(t) h_j(t) \begin{bmatrix} x^T(t) \\ x^T(t-\tau_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta(i,j) & P^T \bar{A}_{li} \\ \bar{A}_{li}^T P & -S \end{bmatrix} \cdot \\ [x(t) \ x(t-\tau_1)] - x^T(t) Q x(t) - u^T(t) R u(t) < - \\ x^T(t) Q x(t) - u^T(t) R u(t) < 0$$

所以闭环系统(3)是二次型稳定的. 此外, 上述不等式的两边从 0 到 ∞ 积分得:

$$J = \int_0^\infty [x^T(t) S x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \leq \\ \phi(0)^T E^T P \phi(0) + \int_{-\tau_1}^0 \phi^T(\alpha) Q \phi(\alpha) d\alpha + \\ \sum_{i=1}^k \int_{-\tau_2}^0 h_i(\alpha) \phi^T(\alpha) K_i^T L K_i \phi(\alpha) d\alpha = J^*$$

为了应用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱, 需要将(5)和(6)变换成下面 LMI. 定理 2 考虑奇异系统(1)和成本函数(4), 如果存在矩阵 $Z > 0, N > 0$, 非奇异矩阵 X , 矩阵 $F_i (i = 1, \dots, k)$ 和正实数 β_i 和 ϵ_{ij} , 满足:

$$EX = X^T E^T \geq 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -\beta_i I & G_{li} \\ G_{li}^T & -L \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & A_{li} X & X^T G_i + F_i^T E_i^T & F_i^T & B_{li} N E_{li}^T & X^T & (\frac{F_i + F_j}{2})^T \\ -Z & X^T G_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -\epsilon_{ij} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & -N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -\beta_i I + E_{li} N E_{li}^T & 0 & 0 & 0 \\ & & & & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

其中, $\Omega = A_{li} X + X^T A_{li}^T + B_{li} F_j + F_j^T B_{li}^T + B_{li} N B_{li}^T + (\epsilon_{ij} + \beta_i) D D^T + Z$.

控制器(2)是系统(3)的保成本控制器, 根据成本函数(4), 状态反馈控制器的收益由 $K_i = F_i X^{-1}$ 计算, 另外, 保成本的上限值是:

$$J^* = \phi^T(0) E^T X^{-1} \phi(0) + \int_{-\tau_1}^0 \phi^T(\alpha) X^{-T} Z X^{-1} \phi(\alpha) d\alpha \\ + \sum_{i=1}^k \int_{-\tau_2}^0 h_i(\alpha) \phi^T(\alpha) X^{-T} F_i^T N^{-1} F_i X^{-1} \phi(\alpha) d\alpha$$

证明: 定理 1 中的不等式(6)可写为

$$\begin{bmatrix} \Xi(i,j) & P^T \bar{A}_{li} \\ \bar{A}_{li}^T P & -S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \Xi(i,j) & P^T \Delta A_{li} \\ \Delta A_{li}^T P & 0 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} P^T \bar{B}_{li} L^{-1} \bar{B}_{li}^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0$$

其中 $\Xi(i,j) = P^T (A_i + B_i K_j) + (A_i + B_i K_j)^T P + S + K_i^T L K_j + Q + \left(\frac{K_i + K_j}{2} \right)^T R \left(\frac{K_i + K_j}{2} \right)$

即

$$\begin{bmatrix} \Xi(i,j) & P^T \bar{A}_{li} \\ \bar{A}_{li}^T P & -S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P^T \\ 0 \end{bmatrix} D F [G_i + E_i K_j \ G_{li}] \\ + \left(\begin{bmatrix} P^T \\ 0 \end{bmatrix} D F [G_i + E_i K_j \ G_{li}] \right)^T \\ + \begin{bmatrix} P^T \bar{B}_{li} L^{-1} \bar{B}_{li}^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0$$

应用 Schur 补引理, 不等式(14) 等同于

$$\beta_i I - G_{li} L^{-1} G_{li}^T > 0 \quad (16)$$

引理 1 和式(16) 足以证明某些标量 $\epsilon_{ij} > 0, \beta_i > 0$ 和矩阵 $L > 0$, 使得:

$$\begin{bmatrix} \Xi(i,j) & P^T \bar{A}_{li} \\ \bar{A}_{li}^T P & -S \end{bmatrix} + \epsilon_{ij} \begin{bmatrix} P^T D D^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \epsilon_{ij}^{-1} \\ \begin{bmatrix} (G_i + E_i K_j)^T (G_i + E_i K_j) & (G_i + E_i K_j)^T G_{li} \\ G_{li}^T (G_i + E_i K_j) & G_{li}^T G_{li} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} P^T B_{li} L^{-1} (L^{-1} - \beta_i^{-1} L^{-1} E_{li}^T E_{li} L^{-1})^{-1} \\ L^{-1} B_{li}^T P + \beta_i P^T D D^T P \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

根据关系式 $(L^{-1} - \beta_i^{-1} L^{-1} E_{li}^T E_{li} L^{-1})^{-1} = L - E_{li}^T (\beta_i I - E_{li} L^{-1} E_{li}^T)^{-1} E_{li}$ 有

$$P^T B_{li} L^{-1} (L^{-1} - \beta_i^{-1} L^{-1} E_{li}^T E_{li} L^{-1})^{-1} L^{-1} B_{li}^T P = \\ P^T B_{li} L^{-1} B_{li}^T P - P^T B_{li} L^{-1} E_{li}^T (\beta_i I - \\ E_{li} L^{-1} E_{li}^T)^{-1} E_{li} L^{-1} B_{li}^T P \quad (18)$$

将(18)代入(17)得到一个不等式, 再应用 Schur 补引理, 就能直接证明这个结果.

$$\begin{bmatrix} \Phi & P^T A_{li} & (G_i + E_i K_j)^T & K_j^T & P^T B_{li} L^{-1} E_{li}^T & I & (\frac{F_i + F_j}{2})^T \\ -S & G_{li}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -\epsilon_{ij} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & -L^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -\beta_i I + E_{li} L^{-1} E_{li}^T & 0 & 0 & 0 \\ & & & & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

其中, $\Phi = P^T (A_i + B_i K_j) + (A_i + B_i K_j)^T P + S + (\epsilon_{ij} + \beta_i) P^T D D^T P + P^T B_{li} L^{-1} B_{li}^T P$.

不等式(19) 分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}(P^T, P^{-T}, I, I, I, I, I)$, 引入新的变量 $X = P^{-1}, F_j = K_j P^{-1}, Z = P^{-T} S P^{-1}, N = L^{-1}$, 得到: (19) 等价于(15), 相应地(13) 变成(5).

根据定理 1, 将 P, S, L 代入(7) 即得结果.

一般来说, 只要 $E = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 非奇异矩阵分解

成块矩阵 $X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{bmatrix}$, 于是(13)为 $X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ X_3 & X_4 \end{bmatrix}$, 其中 X_1 是对称正定矩阵, X_4 是非奇异矩阵.

4 数值范例

通过一个数字例子,证明该方法的有效性.考虑不确定奇异时滞系统(1)和(2)基于T-S模型的参数如下:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}, G_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 1 \end{bmatrix}, E_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.11 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$Q = I, R = I, \tau_1 = 1, \tau_2 = 2$$

$$\phi(t) = [e^{t+1} \ 0], t \in [-2, 0]$$

$$F = \text{diag}\{r(t), s(t), q(t)\}$$

其中, $|r(t), s(t), q(t)| \leq 1$, $h_1(x_1(t)) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-x_1}}$, $h_2(x_1(t)) = \frac{1}{1 + e^{-x_1}}$.

利用Matlab中的LMI控制工具箱求解LMI式(15),得到以下可行的解决方案:

$$X = \begin{bmatrix} 0.3410 & 0 \\ -0.1695 & 0.1082 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0.6454 & 0.1714 \\ 0.1714 & 0.1968 \end{bmatrix}$$

$$N = 1.2592, \beta_1 = 1.3475, \beta_2 = 1.0395$$

$$\epsilon_{11} = 1.1037, \epsilon_{22} = 1.0128$$

$$F_1 = [-0.0770 \ -0.2830]$$

$$F_2 = [-0.3298 \ -0.3176]$$

给出状态反馈控制器的收益:

$$K_1 = [1.2083 \ -1.5490]$$

$$K_2 = [-2.4265 \ -2.9365]$$

保成本的上限值是: $J^* = 31.1745$.

5 结束语

基于T-S模糊模型和线性矩阵不等式(LMI)的方法,得出了模糊保成本控制器存在的充分条件,由此产生的模糊控制器能够保证闭环模糊系统是二次型稳定的,并能保证成本函数闭环值的上限值.通过数值算例说明该方法有效,且具有设计简单、计算方便的特点.

参考文献:

- [1] Taniguchi T, Tanaka K, Yamafuji K, et al. Fuzzy descriptor systems: Stability analysis and design via LMIs [C]// Proc of American Control Conference, San Diego: IEEE, 1999: 1827-1831.
- [2] Cao Y Y, Frank P M. Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach[J]. IEEE Trans Fuzzy System, 2000(8): 200-211.
- [3] Cao Y Y, Frank P M. Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear takagi-sugeno fuzzy models[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001(124): 213-229.
- [4] Boukas E. Fuzzy guaranteed cost control for nonlinear systems [J]. Fuzzy Information Processing Society, 2006: 279-283.
- [5] Chen B, Liu X P, Tong S C, et al. Guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with state and input delays[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007: 1-17.
- [6] Chen B, Liu X P. Fuzzy guaranteed cost control for nonlinear systems with time-varying delay[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2005(13): 238-249.
- [7] Ma G F, Zhong S, Zhu L K, et al. Robust analysis of fuzzy guaranteed cost control for a class of time-delay systems with uncertain parameters[C]// Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai: IEEE, 2004: 26-29.
- [8] Guan X P, Chen C L. delay-dependent guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with time delays[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2004(12): 236-249.
- [9] Wang Y, Xie L, De Souza C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. Systems Control Lett. 1992(19): 139-149.
- [10] Park J H, Kwon O M. Guaranteed cost control of time-delay chaotic systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006(27): 1011-1018.

作者简介:

史德嘉 男, (1963-), 硕士, 教授. 研究方向为智能控制与智能计算.